

Estudio Del Fenómeno De Excitación Sincrónica Lateral Caso: Puente Peatonal “Rayitos De Sol”

Research Of Phenomenon Of Synchronous Lateral Excitation Case: “Rayitos De Sol” Footbridge

Julio León-Deza^{1*}0000-0002-3716-1110

Carlos Melchor-Placencia¹0000-0002-3716-1110

Víctor Sánchez-Moya¹0000-0002-3716-1110

¹ *Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Nacional de Ingeniería, Lima, Perú*

***Autor de la correspondencia:** Julio León-Deza, E-mail: jleond@uni.pe

RESUMEN

En las últimas décadas, numerosos puentes peatonales experimentaron vibraciones excesivas en la dirección lateral, casos como el Millennium, Solferino y Toda entre los más conocidos, causando en los peatones dificultades para cruzarlos y muy frecuentemente requiriendo caras reparaciones. Esta investigación estudia el problema de las vibraciones laterales producidas por el cruce de peatones en puentes peatonales conocido como Fenómeno de excitación sincrónica lateral a través del análisis de vibración lateral de la pasarela adyacente al puente peatonal “Rayitos de Sol”, que cruza el río Rímac, cerca al centro de Lima. Este puente en particular presentaba excesivas vibraciones laterales desde su construcción en 2006 hasta el momento que fue desarrollada este estudio en 2016. Esta situación particular constituyó un estado ideal para el desarrollo del trabajo experimental. Durante esta investigación fueron encontrados detalles particulares del fenómeno de excitación sincrónica lateral, el primero que la densidad peatonal es directamente proporcional a la probabilidad de ocurrencia del fenómeno, el segundo que el fenómeno es de naturaleza cíclica y la ocurrencia de una aceleración máxima a partir de la cual el peatón rompe su paso y el fenómeno decae.

Palabras Clave: *Fenómeno Excitación sincrónica lateral, Resonancia, Puentes peatonales, Mediciones, Estructura.*

ABSTRACT

In the last decades, numerous footbridges experienced excessive displacements in the lateral direction of passage, cases such as Millennium, Solferino and Toda among the most known, which caused that the pedestrian have difficulties in using these structures and often requiring

expensive repairs. This research studies the problem of the lateral vibrations produced by the pedestrian crossing in footbridges known as the phenomenon of synchronous lateral excitation through the lateral vibration analysis of the walkway adjacent to the “Rayitos de Sol” footbridge, which crosses the Rímac river, near the center of Lima. This particular footbridge had presented excessive lateral vibrations from its construction in 2006, until 2016 when this research was developed. This particular situation constituted an ideal state for the development of experimental work. Particular details of the phenomenon of synchronous lateral excitation were found during this research. first, that the pedestrian density is directly proportional to the probability of occurrence of the phenomenon, second, that the phenomenon is cyclic in nature and the occurrence of a maximum acceleration from which the pedestrian breaks its path and the phenomenon decays.

Keywords: *Phenomenon of synchronous lateral excitation, Resonance, Footbridges, Measurement, Structure.*

1. INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas el estudio del comportamiento dinámico de puentes peatonales ha sido de gran interés para la comunidad científica y especialmente para la Ingeniería Civil. Esto debido a grandes acontecimientos ocurridos en donde puentes peatonales colapsaron o tuvieron que ser cerrados para su evaluación producto de las vibraciones excesivas en su dirección lateral [1-3].

Este interés se acrecentó tras los eventos ocurridos en junio del 2000 durante la inauguración del puente Millennium en Londres [4,5]. En donde movimientos laterales fueron percibidos por los peatones que cruzaban dicha estructura.

Dallard et al. [4] en 2001 describieron el fenómeno y descubrieron que el movimiento del puente Millennium fue claramente causado por la gran carga lateral peatonal, la cual no había sido anticipada durante el diseño. Para ese entonces, existían pocos reportes del fenómeno lateral, ya que el fenómeno en dicha dirección es de probabilidad muy baja.

Por otro lado, tras el incremento del interés del fenómeno de vibración, muchos autores realizaron diversas recopilaciones sobre el tema con el fin de generar un estado del arte más claro. Fujino y Siringoringo [3] en su trabajo del 2015 logran hacer una recopilación de las investigaciones realizadas desde décadas atrás, donde mencionan los casos más emblemáticos relacionados al efecto dinámico de las cargas peatonales.

A su vez en el 2005, Zivanovic et al. [2], realizaron una compilación sobre el tema enfocada a la modelación numérica del fenómeno. Sus principales aportes están por el lado de modelos de carga peatonales para simular la caminata peatonal, mediciones en estructuras reales, estudio de las características dinámicas de las estructuras sometidas a estos efectos, y soluciones a las vibraciones percibidas.

La presente investigación hace un estudio teórico experimental del fenómeno de excitación sincrónica lateral, como resultado del interés de los autores y a un problema de vibraciones conocido que estaba ocurriendo en la pasarela contigua al puente peatonal atirantado Rayitos del Sol del centro de Lima, que consistía en vibraciones excesivas en la dirección horizontal del tipo de resonancia.

2. ANTECEDENTES

2.1 DESCRIPCIÓN DE LA ESTRUCTURA

El puente Rayito de Sol ubicado entre los distritos del Rímac y Cercado de Lima cuenta con una estructura de aproximadamente 216 metros de luz, la cual cruza la zona de la alameda Chabuca Granda, la línea del ferrocarril, el río Rímac y la Vía de Evitamiento, hasta llegar al jirón Camaroneros, en el Rímac.

Este puente beneficia diariamente a miles de personas que requieren desplazarse del centro de Lima hacia el Rímac y viceversa, lo mismo que para aquellos que necesitan dirigirse hacia los conos norte, sur, este y con dirección a otros puntos de la capital Peruana.



Fig. 1. Vista del puente peatonal Rayitos de Sol.

Este puente cuenta con un tramo principal atirantado y un tramo de acceso de concreto pretensado llamado pasarela; además de sus respectivos accesos en el inicio, medio y final del recorrido (rampas y escaleras).

El tablero de la pasarela está construido con vigas de concreto pretensado y losa de concreto armado, la cual se conecta con el tablero principal del puente (tramo atirantado). Esta pasarela de acceso cuenta con 5 tramos, que se unen a través de topes sísmicos en 4 secciones de la pasarela, los cuales se apoyan en pilares circulares de 80 cm de diámetro a cada 20 m aproximadamente.



Fig. 2. Vista del puente peatonal Rayitos de Sol, tramo pasarela.

El tablero del tramo principal atirantado está compuesto de dos luces que comparten un apoyo central en la torre. En cada luz de este tramo llegan 20 cables de diferentes longitudes que parten de la torre a distintas alturas, haciendo un total de 40 cables espaciados cada 5.80 m en la luz más larga y cada 4.00 m en la luz más corta. A su vez estos cables están espaciados verticalmente en la torre 1 metro uno del otro.



Fig. 3. Vista del puente peatonal Rayitos de Sol, tramo atirantado.

Este tramo cuenta con dos vigas metálicas longitudinales unidas a una losa de concreto de 15 cm de espesor y vigas transversales cada 5.80 m en la luz más larga y cada 4.00 m en la luz más corta. El tramo más corto se conecta a los paraderos a través de una rampa de acceso en la zona de la torre y a través de una escalera en su otro extremo.

2.2 MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

A partir de la geometría y propiedades materiales obtenidas de los planos de proyecto, fue elaborado un modelo tridimensional de elementos finitos con el fin de poder estimar, en primera instancia, la ubicación de los puntos de medición más adecuados para detectar las propiedades dinámicas de la estructura y para registrar las mayores respuestas.

TABLA I. Propiedades de los materiales de la estructura

Material	Resistencia (Mpa)	Módulo de elasticidad (ton/m ²)	Densidad de masa (kg/m ³)
Congreso: Pilares, losa (tramo atirantado), vigas	28	2534563	0.245
Concreto: Torre, losa (tramo pasarela)	35	2806243	0.245
Acero de refuerzo	412	20389019	0.8004
Cables	1690	20037484	0.8004

Nota: Verificado de los planos del proyecto. [6].

El modelo fue elaborado mediante el software computacional SAP2000. Se usó un amortiguamiento del 1%, empleando elementos viga para el modelamiento del tablero, los

pilares, y la torre, elementos barra para simular el comportamiento de los cables, elementos cáscara para modelar la losa de los diferentes tableros y elementos vínculo (link) para emular las conexiones y condiciones de frontera.

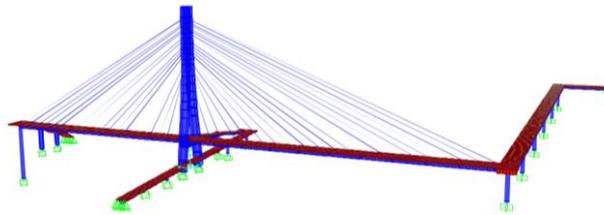


Fig. 4. Modelo de elementos finitos tridimensional del puente peatonal Rayitos de Sol.

Este modelo fue validado por León et al. [6] a través de la estimación de las características dinámicas de la estructura real, frecuencias y modos de vibración, en base a la medición de la vibración ambiental presente en ella.

2.3 VIBRACIÓN EN EL PUENTE PEATONAL RAYITOS DE SOL

La elección del puente Rayitos de Sol como estructura de estudio tuvo lugar debido a la preocupación de la comunidad frente a los movimientos excesivos de la estructura, específicamente en la zona llamada pasarela, lo cual hacía sospechar de la ocurrencia del fenómeno de Excitación sincrónica lateral producida por el cruce de peatones sobre puentes peatonales.

Después de una inspección preliminar se reconoció como un sitio apropiado para el estudio del fenómeno objeto de la presente.



Fig. 5. Inspecciones previas en puente Rayitos de Sol.

2.4 FENÓMENO DE EXCITACIÓN SINCRÓNICA LATERAL

Moya [7], describe al fenómeno de Excitación sincrónica lateral producida por el cruce de peatones sobre puentes peatonales como la sincronización del paso de los peatones con el movimiento del puente. De modo que estos inducirán una fuerza lateral con frecuencia muy cercana a alguna de las frecuencias naturales de la estructura (Modos de vibración) y en fase con la velocidad. Este proceso se reconoce en la ingeniería como fenómeno de resonancia [8,9].

El nivel de sincronización o, dicho de otra forma, la probabilidad de que una cierta fracción de los peatones ajuste su paso al balanceo del puente, aumentaría con la amplitud (o la velocidad) de las oscilaciones, puesto que la sensación de incomodidad llevaría a un número creciente de ellos a modificar su forma de caminar. Esta modificación del paso implicaría además

un incremento en la separación entre ambos pies, por lo que la fuerza ejercida por el peatón individualmente también aumentaría con la amplitud [7].

En la mayoría de problemas reportados, relacionados a vibración en puentes peatonales, la excesiva vibración fue causada por una resonancia cercana a uno o más modos de vibración. La razón de esto es que el rango de frecuencias naturales de puentes peatonales (lateral) suelen coincidir con la frecuencia dominante de las cargas inducidas por los peatones, la cual es cercana a 1 Hz [10-16]. Es importante notar que los problemas han ocurrido en diferentes tipos de estructuras tanto como puentes atirantados, colgantes, de viga, como también en puentes hechos de diferentes materiales (madera, acero, mixtos, concreto reforzado y pre-esforzado) [2]. Con lo cual se evidencia que es un problema relacionado a puentes peatonales con frecuencia cercana a 1 Hz.

Anteriormente, se mencionó que el desarrollo de grandes vibraciones laterales está relacionado con interacciones entre el peatón y la estructura, que puede ser descrito en dos aspectos principales. Una es la llamada interacción Humano-Humano que se produce entre los peatones cuando cada individuo esta espacialmente y/o visualmente restringido por la presencia de otros peatones. La otra es la interacción humano-Estructura (fenómeno de resonancia) que se da entre el peatón y el movimiento de la superficie subyacente. [17].

2.5 NORMATIVA

A través del estudio del fenómeno de excitación sincrónica lateral en puentes peatonales, se puede decir que este está contenido en diferentes normativas y guías alrededor del mundo [18-23]. Se aprecia que las exigencias de las mismas buscan anticipar cualquier efecto perjudicial para la vida humana. El tema de sensibilidad o, en otras palabras, confort del peatón, ha cobrado importancia estas últimas décadas y diversas investigaciones se han llevado a cabo al respecto.

La guía técnica de evaluación del comportamiento vibratorio de puentes peatonales bajo la carga de peatones propuesta por Sétra [22] (service d'Études techniques des routes et autoroutes) en el 2006, proporciona tablas para la verificación del nivel de confort y de riesgo de resonancia de la estructura. En la Tabla II se muestra los rangos de frecuencia a partir de los cuales habrá un mayor o menor riesgo de que ocurra el fenómeno de excitación sincrónica lateral. En la Tabla III se aprecia los rangos de aceleraciones para vibración lateral y lo que cada rango significa.

TABLA II. Riesgo de resonancia según frecuencia (Hz) de la estructura para la vibración lateral

Rango de frecuencia	0 - 0.3	0.3 - 0.5	0.5 - 1.1	1.1 - 1.3	1.3 - 2.5	2.5 - a mas
Rango 1			MÁXIMO RIESGO			
Rango 2		MEDIO RIESGO		MEDIO RIESGO		
Rango 3					POCO RIESGO	
Rango 4	INSIGNIFICANTE RIESGO					INSIGNIFICANTE RIESGO

Nota: Debe tomarse en cuenta todos los modos de vibrar que incluyan la dirección lateral.[22].

TABLA III. Nivel de confort según de aceleraciones (m/s^2) para vibración lateral

Rango de aceleraciones	0 - 0.1 - 0.15	0.15 - 0.3	0.3 - 0.8	0.8 - a mas
Rango 1	MÁXIMO NIVEL DE CONFORT			
Rango 2		MEDIO NIVEL DE CONFORT		
Rango 3			MÍNIMO NIVEL DE CONFORT	
Rango 4				INCOMODO - NO ACEPTABLE

Nota: Debe notarse que esta información no es un criterio absoluto. El concepto de confort es altamente subjetivo y un nivel particular de aceleración será experimentado de diferente manera por cada usuario. Aun así, estos criterios son considerados coherentes. [22].

3. METODOLOGÍA

En este trabajo, se adoptó la técnica de la medición de la vibración ambiental [24] de la estructura, con el fin de registrar las respuestas del puente y sus características dinámicas ante sollicitaciones de carga peatonal. Se realizaron un total de 120 mediciones de las cuales 40 sirvieron para la determinación de las características dinámicas y 80 de aceleraciones máximas en pasarela, todas estas mediciones se realizaron en la dirección vertical y lateral.

3.1 SISTEMA DE ADQUISICIÓN DE DATOS EMPLEADO

Los datos experimentales se obtuvieron usando el equipo de medición “StrainIndicator” (Fig. 6), el cual es un equipo registrador de datos de 4 Canales. En este caso, solo los Canales 1 y 3 fueron utilizados para las mediciones, los cuales registraron datos de Sensores de Velocidad (Pickups Schenck), mientras que los otros canales 2 y 4, utilizan datos de Sensores “Strain Gauge”, que cambian su valor nominal, cuando se le someten a ciertos esfuerzos.

En el almacenamiento de los datos se empleó la memoria EPROM del equipo. Posteriormente, estos datos fueron descargados a través de la conexión a Red Ethernet, para lo cual se utilizó el programa “StrainIndicator.exe”.

3.2 PROCEDIMIENTO DE MEDICIÓN

La medición se realizó en 11 puntos diferentes de la estructura, 5 puntos en la pasarela y 6 puntos en el tramo atirantado como se muestra en la Fig. 7 y en la Fig. 8, tanto en la dirección vertical como lateral. Con el fin de determinar las características dinámicas de la estructura.



Fig. 6. Equipo utilizado: (izquierda) “StrainIndicator”; (derecha) Sensores de medición.

Cada medición fue registrada individualmente debido a que el sistema adquisidor de datos solo cuenta con dos sensores de velocidad. Posteriormente se midieron las aceleraciones solo en el punto de medición 3, en el cual se encuentran las mayores respuestas en el tramo llamado pasarela

Las mediciones realizadas tuvieron duraciones de 40 y 120 segundos, para los diferentes puntos de medición. En base al Teorema de Nyquist [24,25], el cual indica que la frecuencia de medición sea como mínimo el doble de la frecuencia objetivo a medir, se estableció que la frecuencia de toma de datos ingresada al equipo fuera de 100 tomas por segundos. Esta alta frecuencia de medición asegura una toma de datos más asertiva.

3.3 MEDICIONES

Tras las mediciones realizadas se obtuvieron registros de la forma de la Fig. 9. De los cuales se reconocieron las aceleraciones máximas. Estas serán presentadas en la siguiente etapa.

Como se describió anteriormente, la densidad peatonal (cantidad de personas por metro cuadrado de área cargada) es un factor de gran relevancia para que el fenómeno de excitación sincrónica lateral ocurra. Por lo que para el cálculo de la densidad peatonal se realizaron tomas fotográficas de cada evento de medición con el fin de obtener la densidad peatonal para cada evento. Siguiendo esta metodología se obtuvo ocho eventos representativos, mostrados en la Tabla IV.

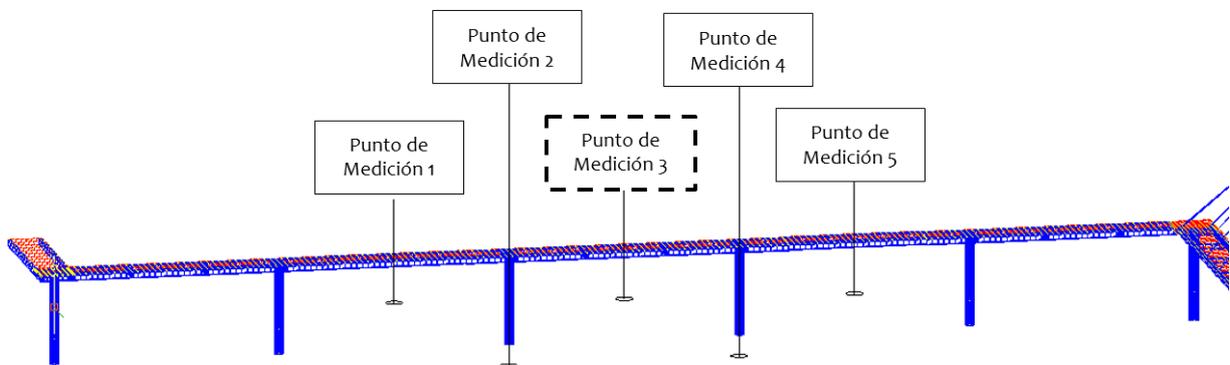


Fig. 7. Puntos de Medición en el tramo llamado pasarela. Tramo con problemas de vibración.

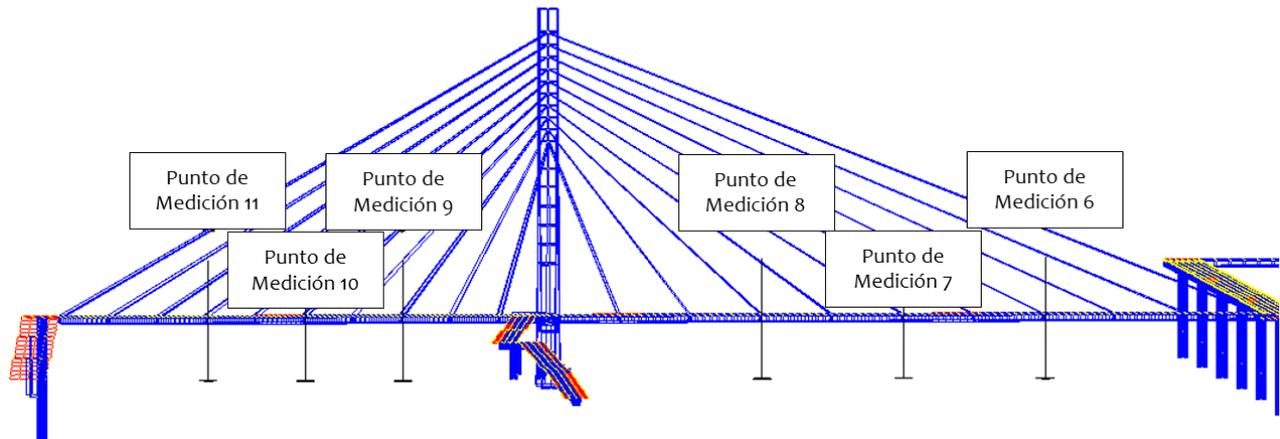


Fig. 8. Puntos de Medición en el tramo llamado pasarela.

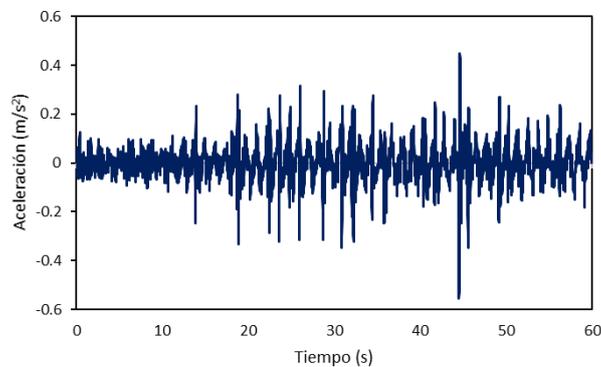


Fig. 9. Respuesta medida de la estructura frente a carga peatonal.

TABLA IV. Densidad peatonal por evento

Nº de evento	Nº de Personas P	Densidad Peatonal P/m ²
1	48	0.16327
2	50	0.17007
3	54	0.18367
4	66	0.22449
5	55	0.18707
6	54	0.18367
7	35	0.11905
8	56	0.19048

Nota: Eventos en condiciones de sincronización (resonancia).

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En una etapa inicial de esta investigación se tuvo como premisa que la estructura presentaba problemas de vibración lateral frente a densidades peatonales altas. Esto se atribuyó (por muchos de los consultados) a problemas en la estructura, como la insuficiencia de rigidez lateral en la subestructura. Sin embargo, durante el desarrollo de la investigación y en base a los

resultados obtenidos, se confirmó que estos problemas de vibración se debían a la ocurrencia del fenómeno de excitación sincrónica lateral producida por el paso peatonal. Estos resultados son mostrados a continuación.

4.1 CARACTERÍSTICAS DINÁMICAS DE LA ESTRUCTURA

León et al. [6] realizaron el análisis de las características dinámicas del puente en estudio a través del procesamiento de las señales usando el software “SeismoSignal v2016”. León et al. [6] obtuvieron los respectivos espectros, que no son otra cosa que el mismo registro en el dominio de sus frecuencias, tal como se muestra en la Fig. 10. Tras el análisis León et al. [6] obtuvieron las frecuencias de 8 modos en total, estas se muestran en la Tabla V.

Como se mencionó anteriormente, existen dos condiciones para que el fenómeno de excitación sincrónica lateral ocurra. La primera la interacción humano – humano, la cual describe que a mayor cantidad de peatones mayor será la probabilidad que los pasos de los peatones se sincronicen. Y la segunda la interacción humano – estructura, que se describe como el fenómeno de resonancia.

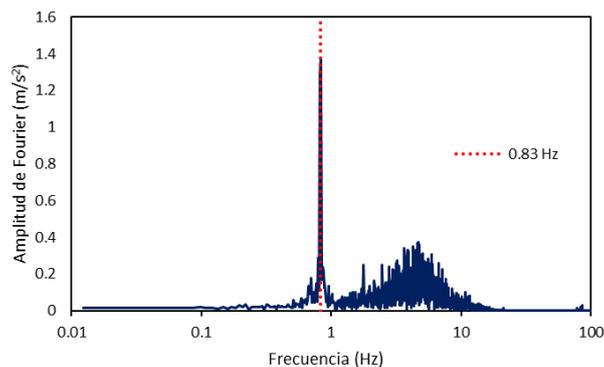


Fig. 10. Espectro de Fourier para un registro obtenido.

TABLA V. Frecuencias de la estructura

Modo	Frecuencia (Hz)
1	0.830
2	1.563
3	1.801
4	2.541
5	3.175
6	3.268
7	3.423
8	4.218

Nota: La dirección principal del primer modo fue en la dirección lateral. [6].

4.2 FRECUENCIA CERCANA A 1 HZ (INTERACCIÓN HUMANO – ESTRUCTURA)

Tras obtener las características dinámicas de la estructura, específicamente la frecuencia fundamental, se notó que dicha frecuencia, de 0.83 Hz, es muy cercana a 1 Hz (Tabla V), el cual

es el valor promedio relacionado a la frecuencia de paso peatonal en la dirección lateral (perpendicular a la dirección de paso).

Este escenario hace que el fenómeno de excitación sincrónica lateral tenga una alta probabilidad de darse en este puente peatonal.

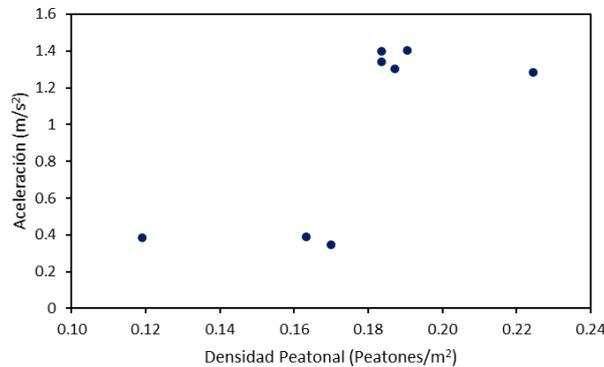


Fig. 11. Aceleraciones Vs Densidad Peatonal de la estructura.

4.3 DENSIDAD PEATONAL Y ACELERACIONES (INTERACCIÓN HUMANO – HUMANO)

Tras obtener las máximas aceleraciones de los registros medidos en la zona central de la pasarela del puente Rayitos de Sol, fue notado que las mayores aceleraciones se dieron para densidad altas (las más altas de las mediciones realizadas), como se muestra en la Fig. 11.

Las aceleraciones máximas obtenidas se muestran en la Fig. 12. En esta grafica se muestra una coloración que zonifica los datos obtenidos durante las mediciones. Esta coloración representa los límites de aceleración de la guía de diseño Setrá [22] que fueron presentados anteriormente en la Tabla III.

A partir de los resultados se determinó que la estructura presentaba aceleraciones no aceptables para el confort del ser humano (zona en rojo). Perdiendo servicialidad. Adicionalmente, se encontraron otros detalles característicos del fenómeno de excitación sincrónica lateral.

En la Fig. 12, se muestra que la respuesta de la estructura ante el fenómeno no tiende al infinito, por el contrario, la respuesta presenta un determinado límite. Este límite representa la aceleración a partir de la cual el ser humano rompe el paso y, a partir de ese momento, se desincroniza del resto de peatones, perdiéndose una de las condiciones del fenómeno. Esta aceleración es de alrededor de 1.35 m/s^2 [17,26]. En esta grafica se observa que las aceleraciones pico son de ese rango, con lo cual se verifica que este valor representa a la aceleración a partir de la cual el peatón rompe el paso debido al movimiento de la estructura.

Luego de perder la interacción humano – humano, el nivel de aceleraciones desarrolladas en la estructura disminuye. Esto se evidencia en la Fig. 12, donde una vez alcanzado el nivel de aceleraciones altas, a partir de la cual el peatón rompe su paso (1.35 m/s^2 [17,26]), estas disminuyen a niveles de confort mínimo y medio. Sin embargo, debido a que la interacción humano – estructura (resonancia) persiste, la sincronización peatonal vuelve a iniciar y las aceleraciones vuelven a incrementarse a niveles no aceptables.

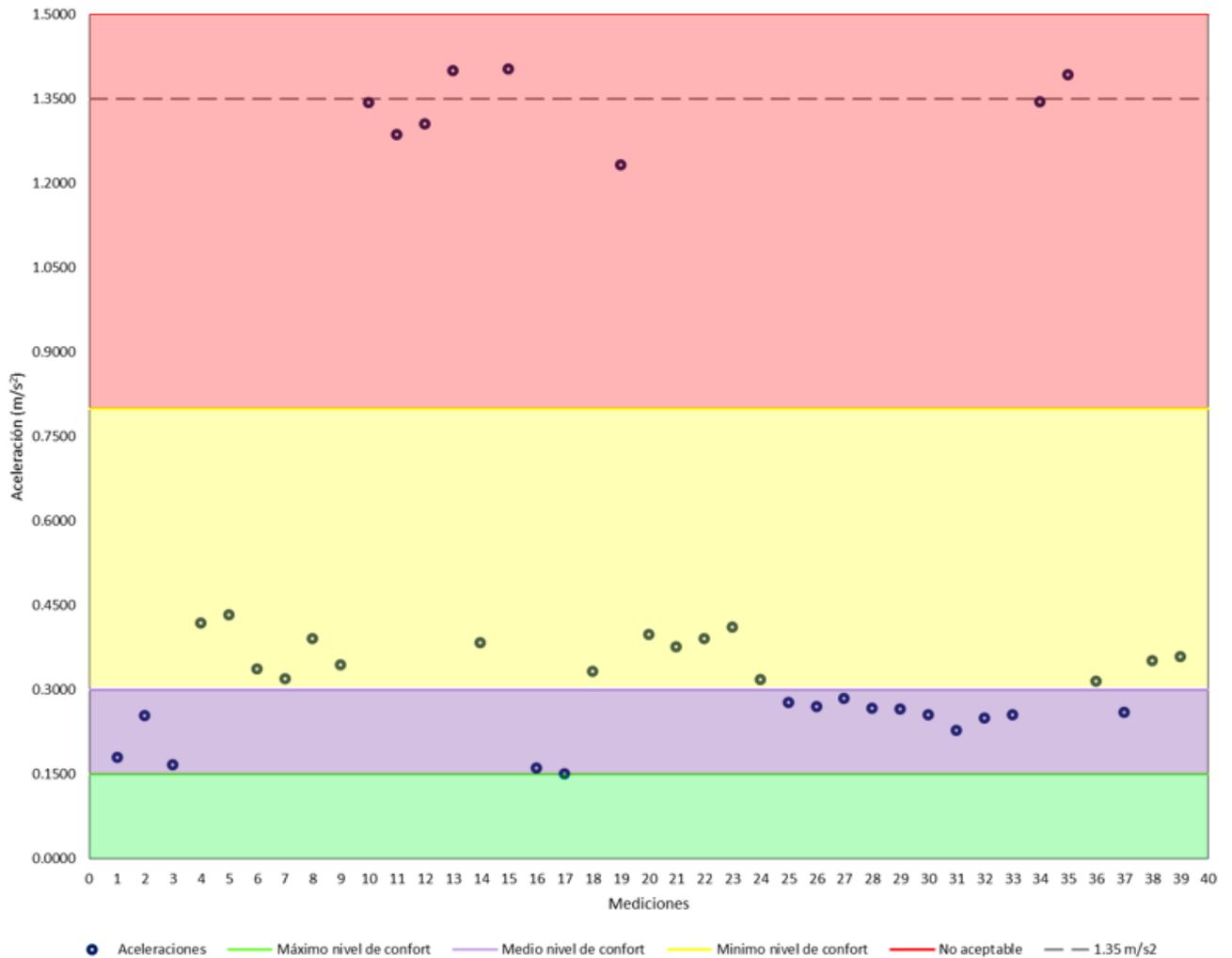


Fig. 12. Aceleraciones (m/s^2) zonificadas según los rangos de aceleración del Setrá [22] (Tabla III).

CONCLUSIONES

- A partir de los resultados se evidenció que el fenómeno de excitación sincrónica lateral depende de dos condiciones principales. La primera, la más determinante, que la estructura presente una frecuencia natural en la dirección lateral cercana a 1 Hz. La segunda, que se presente una cantidad de peatones suficiente para que la probabilidad de sincronización sea alta.
- Se evidenció que el fenómeno de excitación sincrónica lateral se vuelve más probable a medida que la densidad peatonal aumenta, lo que produce que las vibraciones se incrementen considerablemente, esto fue similar a los ensayos realizados por Dallar et al. [4] en el puente Millennium.
- Se pudo corroborar que el fenómeno es cíclico y que una vez este comienza no tiende al infinito, ya que el peatón rompe su paso al llegar a cierta aceleración a partir de la cual no le es posible seguir caminando. Por esta razón, la sincronización

disminuye y con esta los niveles de vibración. Posteriormente, los peatones vuelven a sincronizarse y se repite el fenómeno.

- Se llegó a verificar que la aceleración a partir de la cual el peatón rompe su paso es del orden de 1.35 m/s^2 [17,26]. Esto se evidencia al detectar que todas las aceleraciones máximas llegaron a ser de este orden y no mayores que esta.
- Finalmente, se corroboró que los límites presentados en las guías de diseño del Setrá para el control del fenómeno de excitación sincrónica lateral, son adecuados para clasificar las aceleraciones desarrolladas en puentes peatonales.

AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan su agradecimiento a Tecnodinámica S.R.L. y al Instituto de Investigación de la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional de ingeniería (IIFIC).

REFERENCIAS

- [1] Y. Fujino, B. Pacheco, S. I. Nakamura y P. Warnitchai, “Synchronization of human walking observe during lateral vibration of a congested pedestrian bridge”, *Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, vol. 22, no. 9, pp. 741-758, 1993.
- [2] S. Zivanovic, A. Pavic, and P. Reynolds, “Vibration serviceability of footbridges under human-induced excitation: a literature review”, *J. Sound V.*, vol. 279, no. 1, pp. 1–74, 2005.
- [3] Y. Fujino, D. M. Siringoringo, “A Conceptual Review of Pedestrian-Induced Lateral Vibration and Crowd Synchronization Problem on Footbridges”, *J. Bridge Eng.*, vol. 21, C401500 1-12, 2015.
- [4] P. Dallard *et al.*, “The London Millennium Footbridge”, *The Structural Engineer*, vol. 79, no. 22, pp. 17-33, nov, 2001.
- [5] D. E. Newland, “Vibration of the London Millennium footbridge: cause and cure”, *Int. J. Acoust. Vibr.*, vol. 8, no. 1, pp. 9-14, 2002.
- [6] J. León, C. Melchor y V. Sánchez, “Estudio de las características dinámicas del Puente atirantado Rayitos de sol mediante vibraciones ambientales”, en XXXVIII Jornadas Sudamericanas de ingeniería Estructural Lima 2018, XXXVIIIJSIE-08-006, Lima, 2018.
- [7] L. Moya, “Comportamiento Dinámico de pasarelas Peatonales”, trabajo fin de Master, Univ. Politécnica de Madrid, Madrid, 2015.
- [8] R. W. Clough y J. Penzien, *Dynamics of Structures, Third Edition, Computers & Structures, Inc, USA*, 2003.
- [9] A. K. Chopra, *Dynamics of Structures, Fourth Edition*, Pearson Education, One Lake Street, 2012.
- [10] T. P. Andriacchi, J. A. Ogle y Galante J. O., “Walking speed as a basis for normal and abnormal gait measurements”, *J. Biomech.*, no. 10, pp. 261-268, 1977.
- [11] Y. Matsumoto, T. Nishioka, H. Shiojiri y K. Matsuzaki, “Dynamic design of footbridges”, IABSE Proceedings, Zurich, 1978.

- [12] J. E. Wheeler, "Prediction and Control of Pedestrian-Induced Vibration in Footbridges", *Journal of the Structural Division*, vol. 108, no. 9, pp. 2045-2065, 1982.
- [13] H. Bachmann, A. J. Pretlove, H y Reines H., *Dynamic forces from rhythmical human body motions*, in: *Vibration Problems in Structures: Practical Guidelines*, Birkhauser, App. G, Basel, 1987.
- [14] F. Hauksson, "Dynamic behavior of footbridges subjected to Pedestrian-Induce Vibration", Trabajo fin de Master, Univ. De Lund, Suecia, 2005.
- [15] C. Butz et al., "Advanced load models for synchronous pedestrian excitation and optimized design Guidelines for Steel Footbridges (SYNPEX)", Rfcs-Research project RFS-CR-03019, 2008.
- [16] M. Kobayashi, "Prediction and control of Pedestrian Induced Vibration on as Interior Footbridge", Trabajo fin de Master, Univ. Tec. de Dinamarca, Dinamarca, 2011
- [17] E. T. Ingolfsson, "Pedestrian-induced Lateral Vibrations of footbridge: Experimental studies and probabilistic modelling", Tesis doctoral, Univ. Tec. de Dinamarca, Dinamarca. 2011.
- [18] H. Bachmann y W. Ammann, *Vibration in Structures-Induced by Man and Machines*, Structural Engineering Documents, vol. 3e, International Association of Bridge and Structural Engineering (IABSE), Zurich, 1995.
- [19] ISO 10137:2007, *Bases for design of structures – Serviceability of buildings and walkways against vibrations*, International Organization for Standardization, 2007.
- [20] International Federation for Structural Concrete (FIB), *Guidelines for the Design of Footbridges, Guide to good practice*, Boletín 32, Lausana, 2005.
- [21] C. Heinemeyer y M. Feldman, "European Design Guide for Footbridge Vibration", en *Footbridge 2008*.
- [22] Sétra, *Footbridge: Assessment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading, Technical guide*, Paris, AFGC, Francia: The Technical Department for Transport, Roads and Bridges Engineering and Road Safety, 2006.
- [23] ASSHTO, *ASSHTO LRFD Guide Specification for the Design of pedestrian Bridges Final Draft*, Washington DC, 2009.
- [24] S. Braun, D. J. Ewins y S. S. Ro, *Encyclopedia of Vibration. 1 ed.* Elsevier, Cornwall, UK, pp. 364-367, 2002.
- [25] R. Aguilar, "Dynamic Structural Identification using Wireless Sensor Networks", Tesis doctoral, Engineering School of the University of Minho, Portugal, 2010.
- [26] S. I. Nakamura, "Field measurements of lateral vibration on a pedestrian bridge", *The Structural Engineer*, vol. 81, no. 22, pp. 22-23, 2003.

Recibido (Received): 18 /12 /2019

Aceptado (Accepted): 03 /10 /2020